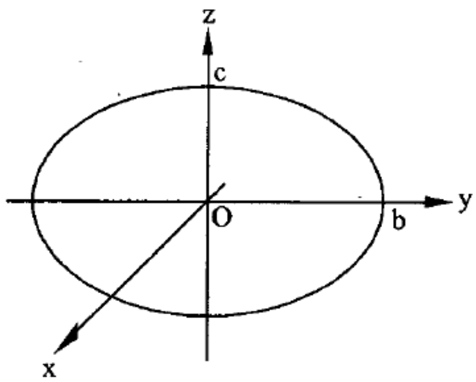
Elipsoide

RESUMO

→ Elipsoide

Consideremos no plano yz a elipse de equações

$$\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,\ x=0$$



Ao girarmos essa elipse em torno do eixo Oy, obtemos o *elipsoide de revolução* cuja equação será obtida da equação da elipse, substituindo-se z por

$$\pm\sqrt{x^2+z^2}$$

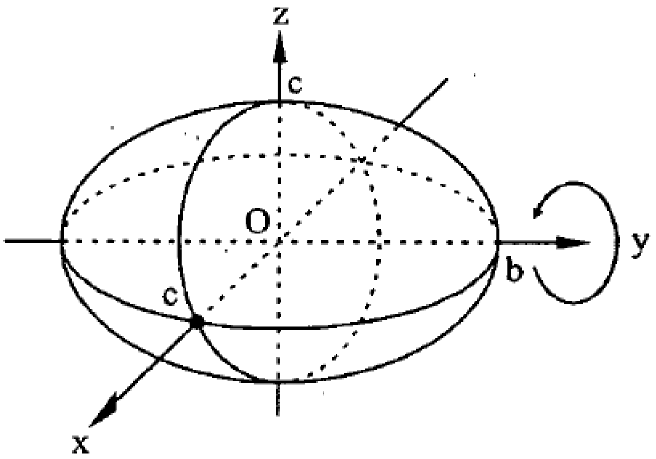
E assim,

$$\frac{y^2}{b^2}+\frac{x^2+z^2}{c^2}=1$$

ou

$$\frac{x^2}{c^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

Olhe que lindo!



De maneira análoga se obtém o elipsoide de revolução em torno de Oz. Neste caso sua equação é obtida da equação da elipse, substituindo-se y por

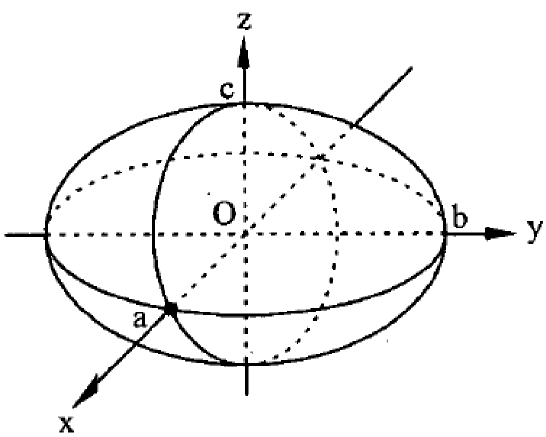
$$\pm\sqrt{x^2 + y^2}$$

e assim,

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

O elipsoide da maneira mais geral é representado pela equação

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



onde a, b e c são reais positivos e representam as medidas dos semieixos do elipsoide. Observemos ainda que os pontos (± a, 0, 0), (0, ± b, 0) e (0, 0 e ± c) são soluções da equação logo acima, chamada *forma canônica* do elipsoide.

O traço no plano xy é a elipse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\ z=0$$

e os traços nos planos xz e yz são as elipses

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,\ y=0$$

e

$$\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,\ x=0$$

respectivamente.

Obs.:
As interseções do elipsoide com os planos x = k, y = k ou z = k (k = constante), resultam numa elipse, num ponto ou no conjunto vazio.
No caso de a = b = c, a equação canônica toma a forma

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{a^2}=1$$

ou

$$x^2+y^2+z^2=a^2$$

e representa uma *superfície esférica* de centro (0. 0. 0) e raio a.

Obs.:
Esta superfície também é de revolução e obtida pela revolução de uma circunferência em torno de um de seus diâmetros.

Se o centro do elipsoide é o ponto (h, k, l) e seus eixos forem paralelos aos eixos coordenados, a equação canônica assume a forma

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}+\frac{(z-l)^2}{c^2}=1$$

obtida por uma translação de eixos.